

Práctica N° 7: Red de difracción

1.- INTRODUCCIÓN.

¿INTERFERENCIA o DIFRACCIÓN?

Desde el punto de vista físico ambos fenómenos son equivalentes. En general se utiliza el término INTERFERENCIA, para designar la interacción de unas pocas fuentes de ondas entre sí. Por el contrario se habla de DIFRACCIÓN cuando hay un gran número de fuentes involucradas.

En esta práctica estudiaremos estos fenómenos, sin pretender realizar un estudio riguroso de los mismos, ya que esto requiere conocimientos más profundos de electromagnetismo. Se considerarán únicamente frentes de ondas planos.

Como un primer paso estudiaremos qué sucede cuando un frente de ondas interactúa con una única rendija. A partir de este estudio, obtendremos una teoría que nos permitirá entender qué sucede cuando la interacción se produce entre una red de difracción y un frente de ondas.

Desde el punto de vista experimental, diseñaremos una experiencia que nos permita determinar la longitud de onda del laser utilizado.

2.- FUNDAMENTO TEÓRICO.

Consideremos la expresión matemática de una onda plana:

$$y(x,t) = y_0 \cos(kx - \omega t) \quad (1)$$

La ecuación (1) representa una onda que se propaga hacia la derecha, con amplitud y_0 y frecuencia ω , k representa el número de onda y está dado por:

$$k = 2\pi/\lambda \quad \lambda = \text{longitud de onda} \quad (2)$$

En la figura 1 se representan las magnitudes físicas que caracterizan a una onda.

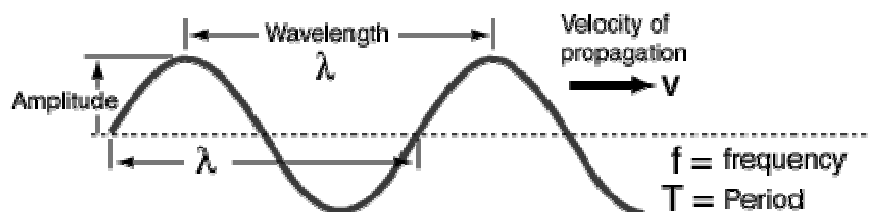


Figura 1

Representación de una onda.

Consideremos dos fuentes puntuales que emiten ondas de la misma frecuencia e igual amplitud (esto último es únicamente para simplificar las cuentas):

$$y_1(x,t) = y_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$y_2(x,t) = y_0 \cos(kx - \omega t + \delta)$$

donde δ representa la diferencia de fase entre ambas ondas.

Por el principio de superposición, la amplitud de la onda resultante en el punto x , en el instante de tiempo t , es la suma algebraica de las amplitudes de las dos ondas interactuantes.

$$y_3(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = y_0 (\cos(kx - \omega t) + \cos(kx - \omega t + \delta)) \quad (3)$$

Mediante un cálculo sencillo se obtiene a partir de la ecuación (3) la siguiente expresión:

$$y_3(x,t) = A_r \cos(kx - \omega t + \delta/2) \quad (4)$$

donde A_r representa la amplitud de la onda resultante de la interferencia, y está dada por:

$$A_r = 2 y_0 \cos(\delta/2) \quad (5)$$

Notemos que la amplitud A_r depende de la diferencia de fase δ entre las ondas.

$$\text{Si } \delta = 0 \quad A_r = 2 y_0 \quad \text{INTERFERENCIA CONSTRUCTIVA}$$

$$\text{Si } \delta = \pi \quad A_r = 0 \quad \text{INTERFERENCIA DESTRUCTIVA}$$

2.1- EXPERIENCIA DE YOUNG.

Se dice que dos fuentes son COHERENTES si tienen una diferencia de fase entre ellas CONSTANTE. Debido a que la emisión de luz del sol en gases, en alambres incandescentes, etc, se produce en forma aleatoria, es decir es INCOHERENTE, es imposible obtener un patrón de interferencia directamente con dos haces provenientes de este tipo de fuentes.

Una forma de obtener luz coherente a partir de fuentes incoherentes, es colocar una pantalla con dos rendijas frente a una sola fuente luminosa; esta experiencia fue realizada por Young alrededor de 1802.

Por el principio de Huygens, cada rendija actúa como una nueva fuente, y la onda que se propaga más allá de las mismas es la superposición de las ondas generadas por estas nuevas fuentes. Como se muestra en la figura 2, se obtiene así una relación de fase bien definida entre las ondas producidas por cada una de las fuentes secundarias, generándose ondas coherentes.

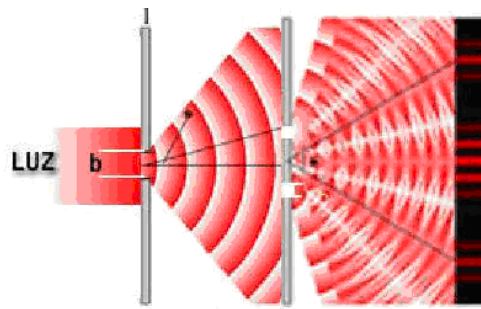


Figura 2

Esquema de la experiencia de Young

Consideremos nuevamente la figura 2. Sin perder generalidad hemos supuesto que las rendijas son puntuales y equidistan de la fuente. La amplitud de la onda en un punto en una pantalla colocada al frente está dada por la superposición de las ondas generadas por las fuentes secundarias.

Sean S_1 y S_2 , las fuentes secundarias, como se muestra en la figura 3, si colocamos una pantalla a una distancia D de dichas, cada una de ellas separadas una distancia d , tal que $D \gg d$, los rayos provenientes de S_1 y S_2 serán aproximadamente paralelos. La diferencia de camino óptico Δ está dada de acuerdo con la figura 3, por:

$$\Delta = d \sin(\theta) \quad (6)$$

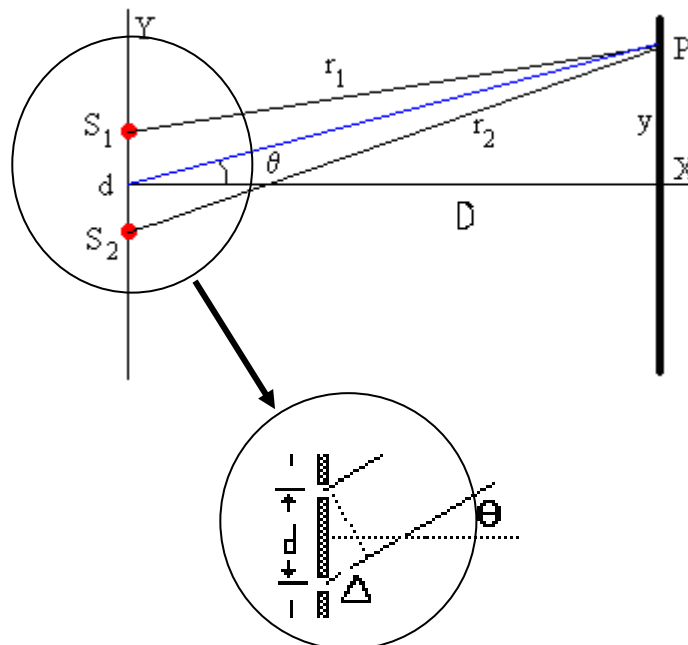


Figura 3

Esquema de la interferencia entre dos fuentes puntuales (dos rendijas)

Notemos que la diferencia de camino óptico está relacionada con la diferencia de fase de la siguiente forma:

$$\delta = 2 \pi \Delta / \lambda \quad (7)$$

La condición de INTERFERENCIA CONSTRUCTIVA, es decir amplitud de la onda resultante máxima, se obtiene cuando la diferencia de camino óptico Δ satisface:

$$\Delta = m \lambda \quad m = \text{entero} \quad (8a)$$

es decir es un múltiplo entero de longitudes de onda.

La condición de INTERFERENCIA DESTRUCTIVA, es decir amplitud de la onda resultante mínima, se obtiene cuando la diferencia de caminos Δ satisface:

$$\Delta = (m + 1/2) \lambda \quad m = \text{entero} \quad (8b)$$

Veamos que ocurre con la amplitud de la luz en el punto donde se observa la interferencia.

Utilizando las ecuaciones 6 y 7 se obtiene:

$$A_r = 2y_0 \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \quad \text{ver que: } \delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$$

Para pequeños ángulos, $\sin(\theta) \approx \text{tg}(\theta)$, se obtiene:

$$A_r = 2y_0 \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} d \text{tg}\theta\right) \quad \text{con: } \text{tg}\theta = \frac{y}{D}$$

$$A_r = 2y_0 \cos\left(\frac{\pi d y}{\lambda D}\right) \quad (9)$$

Así, como la intensidad de la luz en cada punto de observación (donde se produce la interferencia) es proporcional al cuadrado de la amplitud, estará dada por:

$$I = 4y_0^2 \cos^2\left(\frac{\pi d y}{\lambda D}\right) \quad (10)$$

Si graficamos *Intensidad* en función de y , se obtiene la gráfica mostrada en la Figura 4, con las condiciones mostradas: pantalla a una distancia D de la red, a : ancho de la rendija.

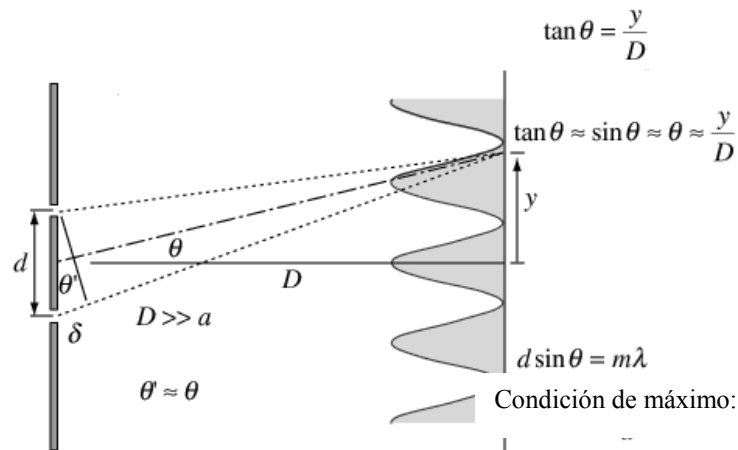


Figura 4

Esquema de la intensidad de luz en función de y patrón de interferencia entre dos fuentes puntuales

2.2- GENERALIZACION PARA N FUENTES PUNTUALES.

Lo anterior se puede generalizar para N fuentes puntuales (ó N osciladores).

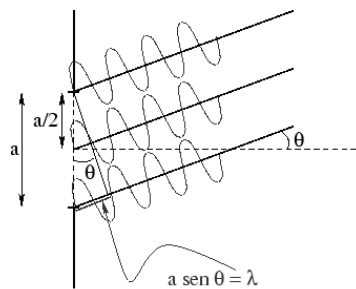


Figura 5

Esquema con N osciladores ó fuentes puntuales.

Siendo δ : desfase entre dos fuentes consecutivas, entonces la amplitud resultante será:

$$A_r = y_0 \left[\frac{\text{sen}\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\delta}{2}\right)} \right] \quad (11)$$

La intensidad en cada punto de observación (donde se produce la interferencia) será:

$$I = I_0 \left[\frac{\text{sen}^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\text{sen}^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} \right] \quad (12)$$

La figura 6 muestra la curva de Intensidad vs. desfasaje.

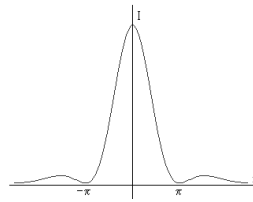


Figura 6

Intensidad versus desfasaje entre N fuentes puntuales

2.3- DIFRACCION POR UNA UNICA RENDIJA (compuesta por N osciladores cada rendija).

Consideremos que tenemos una única rendija, de ancho a . Experimentalmente se observará un patrón de difracción cuando dicha rendija sea colocada en el camino de un haz de luz.

Este sistema puede ser modelado fácilmente utilizando el principio de Huygens, es decir "rellenamos" la rendija con una serie infinita de osciladores puntuales emitiendo en fase. (Para más detalles: *- Hetch y Zajac, Optica. Cap. 10).

Si el desfasaje entre cada oscilador es δ , el desfasaje entre el primer oscilador y el último, está dado por $\delta_t = N\delta$. Una vez que hemos estudiado la interferencia de un número limitado de fuentes, la difracción se explica a partir de la interferencia de un número infinito de fuentes.

Entonces, para calcular la intensidad del patrón de interferencia en función de θ , se puede utilizar el resultado obtenido en la ecuación (12), haciendo N tender a infinito.

Así, la intensidad vendrá dada por:

$$I = I_0 \frac{\text{sen}^2\left(\frac{\delta_t}{2}\right)}{\delta_t^2} \quad (13)$$

La figura 7 muestra el patrón de difracción para una única rendija de ancho a .

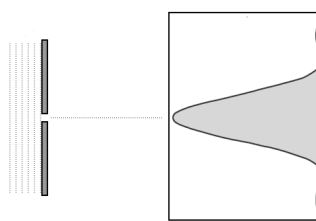


Figura 7

Patrón de difracción para una rendija de ancho a compuesta de infinitos osciladores.

2.4- RED DE DIFRACCION: Generalización de n rendijas, cada una compuesta de N osciladores.

Se denomina red de difracción a un dispositivo formado por n rendijas igualmente espaciadas de ancho a , cada rendija con N osciladores. Existen diversos tipos de redes de difracción: redes de reflexión, redes de transmisión, etc.

Las redes de difracción basadas en el fenómeno de transmisión, son láminas transparentes en las cuales se han dibujado líneas separadas por una distancia d entre ellas, obviamente la técnica de fabricación no es trivial, ya que estamos hablando de varios miles de líneas por pulgadas.

Para calcular el patrón de intensidades correspondiente a una red de difracción notemos que cada una de las rendijas de la red emitirá un patrón dado por la ecuación (13) y tendremos así N osciladores separados una distancia d cuyo patrón de interferencia estará dado por la ecuación (12). Entonces el patrón observado en la pantalla consiste en la distribución de interferencia producida por N rendijas, modulado por un patrón de difracción de una sola rendija.

La intensidad para una red de difracción vendrá dada entonces por:

$$I_{red} = I_0 \frac{\text{sen}^2\left(\frac{\delta_t}{2}\right)}{\delta_t^2} \frac{\text{sen}^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\text{sen}^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} \quad (14)$$

Donde:

$$\delta_t = a \frac{2\pi}{\lambda} \text{sen}(\theta) \quad \text{y} \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \text{sen}(\theta); \quad (15)$$

N representa el número de rendijas, a representa el ancho de cada línea, d representa la distancia entre cada una de las líneas.

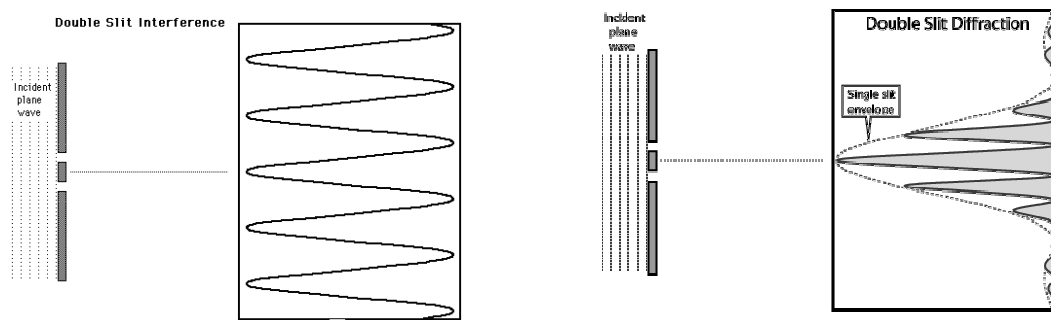
Para una red de difracción, la condición de máximo se obtiene de la misma manera que para una única rendija (de las ecuaciones (6) y (8a)):

$$d \text{sen}(\theta) = m\lambda \quad \text{condición de máximo} \quad (16)$$

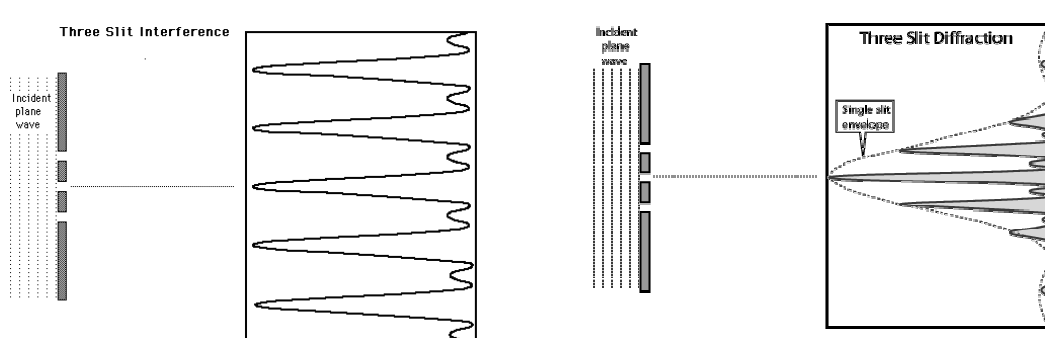
m : orden de los máximos

La figura 9 muestra un resumen de los patrones de interferencia y difracción que se forman, cuando se “iluminan” dos, tres y cinco rendijas. Observe cómo son moduladas por el patrón de una rendija.

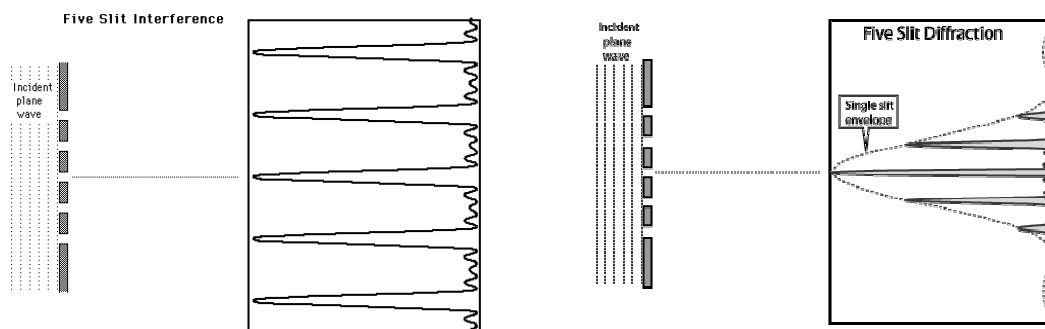
(<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/HFrame.html>)



a) Interferencia de doble rendija y patrón de difracción



b) Interferencia de tres rendijas y patrón de difracción.



c) Interferencia de cinco rendijas y patrón de difracción.

Figura 9

Patrón de interferencia y difracción formado por dos, tres y cinco rendijas.

3.- PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL.

Los estudiantes deberán diseñar un montaje experimental que permita obtener la longitud de onda del laser con error menor al 5 %.

Contarán con los siguientes materiales, equipos: banco óptico, redes de difracción, espejos, soportes, cintas métricas, láser de He-Ne.

4.- BIBLIOGRAFIA.

- *- Hetch y Zajac, Optica
- *- Feynman, Tomo I
- *- Resnick y Halliday, Tomo II
- *- Semat, Fundamentos de Física
- *- Monografía de la OEA: Laser

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/ondas/redes/redes.htm>

http://www.unirioja.es/dptos/dq/fa/emo/amplia/amplia.html#ampliacion_red

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/HFrame.html>

<http://www.physics.rutgers.edu/ugrad/labs/1lw.html>